ŽUPANIJSKO NATJECANJE IZ MATEMATIKE
27. veljače 2015.

5. razred-rješenja

OVDJE SU DANI NEKI NAČINI RJEŠAVANJA ZADATAKA. UKOLIKO UČENIK IMA DRUGAČIJI POSTUPAK RJEŠAVANJA, ČLAN POVJERENSTVA DUŽAN JE I TAJ POSTUPAK BODOVATI I OCIJENITI NA ODGOVARAJUĆI NAČIN.

1. Prvi način:

Vrijednost Petrove i Markove nagrade je jednaka odnosno 1 bombonjera i 20 kn vrijedi kao 1 čokolada i 30 kn. To znači da 1 bombonjera vrijedi kao 1 čokolada i 10 kn. 3 BODA

Ako 1 bombonjera košta kao 3 čokolade, onda zaključujemo da 3 čokolade imaju jednaku vrijednost kao 1 čokolada i 10 kn. Iz toga slijedi da 2 čokolade koštaju 10 kn. 3 BODA

Dakle, cijena 1 čokolade je 5 kuna, a onda je vrijednost 1 bombonjere 15 kuna. 2 BODA

Marko je dobio nagradu u vrijednosti od 35 kuna. 2 BODA

……………………………………………………………………..……….. UKUPNO 10 BODOVA

Drugi način:

Vrijednost Petrove i Markove nagrade je jednaka odnosno 1 bombonjera i 20 kn vrijedi kao 1 čokolada i 30 kn. Kako 1 bombonjera košta kao 3 čokolade, onda to znači da 3 čokolade i 20 kn imaju jednaku vrijednost kao 1 čokolada i 30 kn. 3 BODA

Iz toga slijedi da 2 čokolade koštaju 10 kn. 3 BODA

Dakle, cijena 1 čokolade je 5 kuna, a onda je vrijednost 1 bombonjere 15 kuna. 2 BODA

Marko je dobio nagradu u vrijednosti od 35 kuna. 2 BODA

……………………………………………………………………..……….. UKUPNO 10 BODOVA

Napomena: Rješavanje pomoću jednadžbe treba u cijelosti prihvatiti.

2. Ako je traženi broj $\overline{abc}$, tada mora vrijediti $a + b = 13$.

Sve mogućnosti traženih znamenaka a i b su:

a	9	8	7	6	5	4
b	4	5	6	7	8	9

2 BODA

Da bi broj $\overline{abc}$ bio djeljiv s 4, njegov dvoznamenkasti završetak $\overline{bc}$ mora biti djeljiv s 4. 1 BOD

Za $a = 9$, $b = 4$ traženi brojevi su 940, 944, 948. 1 BOD

Za $a = 8$, $b = 5$ traženi brojevi su 852, 856. 1 BOD

Za $a = 7$, $b = 6$ traženi brojevi su 760, 764, 768. 1 BOD

Za $a = 6$, $b = 7$ traženi brojevi su 672, 676. 1 BOD

Za $a = 5$, $b = 8$ traženi brojevi su 580, 584, 588. 1 BOD

Za $a = 4$, $b = 9$ traženi brojevi su 492 i 496. 1 BOD

Traženih brojeva ima ukupno 15. 1 BOD

……………………………………………………………………...……….. UKUPNO 10 BODOVA

3. Kako je $m \cdot n = 2016$, $V(m,n) = 504$ i $D(m,n) \cdot V(m,n) = m \cdot n$, onda je $D(m,n) \cdot 504 = 2016$

odnosno $D(m,n) = 4$. 1 BOD

S obzirom da je $V(m,n) = 504 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 7$, $D(m,n) = 4 = 2 \cdot 2$ i $m > n$, 1 BOD

postoje sljedeće mogućnosti:

a) $m = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 7 = 504$, $n = 2 \cdot 2 = 4$, 2 BODA

b) $m = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 7 = 252$, $n = 2 \cdot 2 \cdot 2 = 8$, 2 BODA

c) $m = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 7 = 56$, $n = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 = 36$, 2 BODA

d) $m = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 = 72$, $n = 2 \cdot 2 \cdot 7 = 28$. 2 BODA

………………………...…………………………………...……….. UKUPNO 10 BODOVA

4. Prvi način:

Kako je 207 neparan broj, a višekratnik broja 2 paran, broj kovanica od 5 kn mora biti neparan.

2 BODA

Kako je $207 - 50 \cdot 2 = 207 - 100 = 107$ i $21 \cdot 5 = 105$, broj kovanica od 5 kn mora biti veći od 21.

2 BODA

Broj kovanica od 5 kn	23	25	27	29	31
Broj kovanica od 2 kn	46	41	36	31	26
Ukupni iznos	115 + 92	125 + 82	135 + 72	145 + 62	155 + 52

5 BODOVA

Ukupno postoji 5 različitih načina plaćanja poklona. 1 BOD

…………………………...………………………………………..……….. UKUPNO 10 BODOVA

Drugi način:

Kako je 207 neparan broj, a višekratnik broja 2 paran, broj kovanica od 5 kn mora biti neparan.

2 BODA

Neparan broj kovanica od 5 kn ima vrijednost kojoj je znamenka jedinica 5 pa broj kovanica od 2 kn ima vrijednost kojoj znamenka jedinica mora biti 2.

Znamenka jedinica broja kovanica od 2 kn	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Znamenka jedinica vrijednosti kovanica od 2 kn	0	2	4	6	8	0	2	4	6	8

Dakle, broj kovanica od 2 kn ima znamenku jedinica 1 ili 6. 1 BOD

Kako je $207 - 32 \cdot 5 = 207 - 160 = 47$ i $23 \cdot 2 = 46$, broj kovanica od 2 kn mora biti veći od 23.

1 BOD

Broj kovanica od 2 kn	26	31	36	41	46
Broj kovanica od 5 kn	31	29	27	25	23
Ukupni iznos	52 + 155	62 + 145	72 + 135	82 + 125	92 + 115

5 BODOVA

Ukupno postoji 5 različitih načina plaćanja poklona. 1 BOD

…………………………...………………………………………..……….. UKUPNO 10 BODOVA

Treći način:

Kako je 207 neparan broj, a višekratnik broja 2 paran, broj kovanica od 5 kn mora biti neparan.

2 BODA

Marinela ima $50 \cdot 2 + 32 \cdot 5 = 100 + 160 = 260$ kuna.

Ako uzme najveći mogući neparni broj kovanica od 5 kuna, a to je 31, onda joj nedostaju još $207 - 31 \cdot 5 = 207 - 155 = 52$ kune. Njih će nadopuniti s 26 kovanica od 2 kune. 1 BOD

Ako uzme 29 kovanica od 5 kuna, trebat će joj još $207 - 29 \cdot 5 = 207 - 145 = 62$ kune. Dakle, 31 kovanica po 2 kune. 1 BOD

Ako uzme 27 kovanica od 5 kuna, trebat će joj još $207 - 27 \cdot 5 = 207 - 135 = 72$ kune. Dakle, 36 kovanica po 2 kune. 1 BOD

Ako uzme 25 kovanica od 5 kuna, trebat će joj još 207 − 25 · 5 = 207 − 125 = 82 kune. Dakle, 41 kovanica po 2 kune. 1 BOD

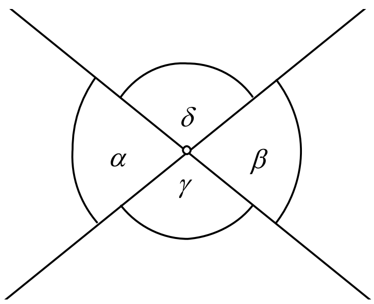
Ako uzme 23 kovanica od 5 kuna, trebat će joj još 207 − 23 · 5 = 207 − 115 = 92 kune. Dakle, 46 kovanica po 2 kune. 1 BOD

Ako uzme 21 kovanicu od 5 kuna, trebat će joj još 207 − 21 · 5 = 207 − 105 = 102 kune. Kako Marinela ima samo 100 kuna u kovanicama od 2 kune, ovaj slučaj je nemoguć. Također je nemoguće uzeti manje od 21 kovanice od 5 kuna. 2 BODA

Ukupno postoji 5 različitih načina plaćanja poklona. 1 BOD

…………………………...……………………………………...……….. UKUPNO 10 BODOVA

5. Prvi način:



1 BOD

Vrijedi $\alpha = \beta$ i $\gamma = \delta$ (vršni kutovi) . 1 BOD

$3 \cdot (\alpha + \beta) = 2 \cdot (\gamma + \delta)$

$3 \cdot (\alpha + \alpha) = 2 \cdot (\gamma + \gamma)$ 1 BOD

$3 \cdot 2\alpha = 2 \cdot 2\gamma$

$3 \cdot \alpha = 2 \cdot \gamma$ 1 BOD

Vrijedi $\alpha + \gamma = 180^\circ$ (susjedni kutovi) . 1 BOD

$2 \cdot \alpha + 2 \cdot \gamma = 2 \cdot 180^\circ$

$2 \cdot \alpha + 3 \cdot \alpha = 360^\circ$ 1 BOD

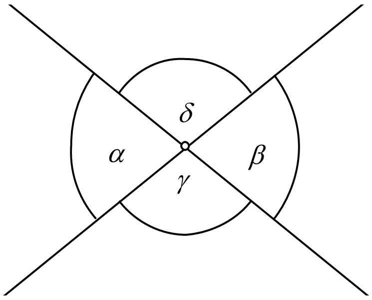
$5 \cdot \alpha = 360^\circ$

$\alpha = 360^\circ : 5 = 72^\circ$ 1 BOD

Slijedi $\beta = 72°$, $\gamma = 180° - 72° = 108°$ i $\delta = 108°$. 3 BODA

…………………………...……………………………………..……….. UKUPNO 10 BODOVA

Drugi način:



1 BOD

Vrijedi $\alpha = \beta$ i $\gamma = \delta$ (vršni kutovi). 1 BOD

$3 \cdot (\alpha + \beta) = 2 \cdot (\gamma + \delta)$

$3 \cdot 2\alpha = 2 \cdot (\gamma + \delta)$

$3 \cdot \alpha = \gamma + \delta$ 1 BOD

Kako je $\alpha + \beta + \gamma + \delta = 360°$, slijedi 1 BOD

$\alpha + \alpha + 3 \cdot \alpha = 360°$ 1 BOD

$5 \cdot \alpha = 360°$

$\alpha = 360° : 5 = 72°$ 1 BOD

Vrijedi $\alpha + \gamma = 180°$ (susjedni kutovi). 1 BOD

Slijedi $\beta = 72°$, $\gamma = 180° - 72° = 108°$ i $\delta = 108°$. 3 BODA

…………………………...……………………………………..……….. UKUPNO 10 BODOVA