

ŽUPANIJSKO NATJECANJE IZ MATEMATIKE
15. veljače 2013.

7. razred-rješenja

OVDJE JE DAN JEDAN NAČIN RJEŠAVANJA ZADATAKA. UKOLIKO UČENIK IMA DRUGAČIJI POSTUPAK RJEŠAVANJA, ČLAN POVJERENSTVA DUŽAN JE I TAJ POSTUPAK BODOVATI I OCIJENITI NA ODGOVARAJUĆI NAČIN.

1. Razlikujemo tri slučaja. Točka T je između točaka M i N te lijevo od točke M ili desno od točke N .

3 BODA

Neka je $x = |MT|$. Tada je $|TN| = 5x$.

Slučaj 1.; Točka T je između točaka M i N .

Slijedi $|MN| = 12 = x + 5x = 6x$ pa je $x = 2$.

2 BODA

Točka T ima koordinatu $-5 + 2 = -3$.

1 BOD

Slučaj 2.; Točka T je lijevo od točke M .

Slijedi $|MN| = 12 = 5x - x = 4x$ pa je $x = 3$.

2 BODA

Točka T ima koordinatu $-5 - 3 = -8$.

1 BOD

Slučaj 3.; Točka T je desno od točke N .

Slijedi $5x < x$ što je nemoguće.

1 BOD

..... UKUPNO 10 BODOVA

2. Ako bi 10 radnika obavilo cijeli posao za 15 dana, onda bi taj posao 1 radnik obavio

za $10 \cdot 15 = 150$ dana, odnosno 1 radnik bi za 1 dan obavio $\frac{1}{150}$ posla.

1 BOD

Tada bi 6 radnika za 5 dana obavilo $\frac{30}{150}$ posla.

2 BODA

Isto tako bi 8 radnika za 3 dana obavilo $\frac{24}{150}$ posla.

2 BODA

12 je radnika radilo x dana i obavilo $1 - \frac{30}{150} - \frac{24}{150} = \frac{96}{150}$ posla.

2 BODA

Dakle, $12 \cdot x = 96$ pa je $x = 8$.

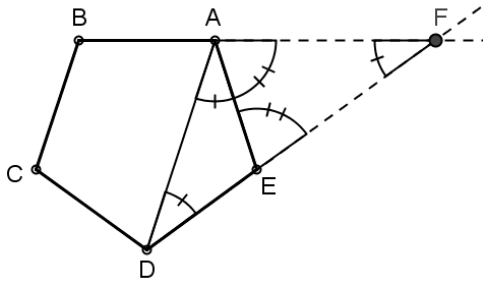
1 BOD

Na kraju, cijeli je posao završen za $5 + 3 + x = 16$ dana.

2 BODA

..... UKUPNO 10 BODOVA

3.



1 BOD

Kako je peterokut $ABCDE$ pravilan, onda je veličina unutarnjeg kuta pravilnog peterokuta

$$\frac{(5-2) \cdot 180}{5} = 108^\circ,$$

1 BOD

te je $\triangle ADE$ jednakokračan, a onda je $|\sphericalangle DAE| = |\sphericalangle EDA| = \frac{180^\circ - 108^\circ}{2} = 36^\circ$.

2 BODA

$\triangle AEF$ je također jednakokračan jer je $|\sphericalangle EAF| = |\sphericalangle FEA| = 72^\circ$ (vanjski kutovi pravilnog peterokuta).

2 BODA

To znači da je $|AF| = |EF|$ i $|\sphericalangle AFE| = 180^\circ - 72^\circ - 72^\circ = 36^\circ$.

2 BODA

Dakle, i $\triangle ADF$ je jednakokračan pa je $|AD| = |AF|$.

Dakle, $|AD| = |AF| = |EF|$.

2 BODA

..... UKUPNO 10 BODOVA

4. Znamenka jedinica umnoška dva cijela broja jednaka je znamenici jedinica umnoška znamenaka jedinica tih brojeva.

2 BODA

Vrijedi

| | | | | | | | | | | |
|------------------------------------|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| znamenka jedinica broja n | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| znamenka jedinica broja $n-5$ | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 |
| znamenka jedinica umnoška $n(n-5)$ | 0 | 6 | 4 | 4 | 6 | 0 | 6 | 4 | 4 | 6 |

6 BODOVA

Kako znamenka jedinica umnoška $n \cdot (n-5)$ ne može biti 8, onda zadana jednadžba nema rješenje u skupu cijelih brojeva.

2 BODA

..... UKUPNO 10 BODOVA

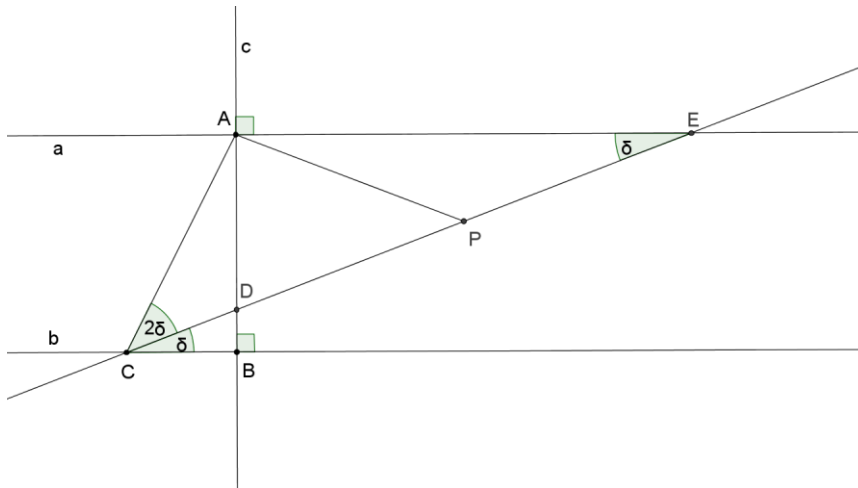
5. Neka je $\delta = |\sphericalangle BCD|$.

Tada je $|\sphericalangle DCA| = 2\delta$.

Kako je $a \parallel b$, onda je $|\sphericalangle AED| = |\sphericalangle BCD| = \delta$.

1 BOD

Neka je P polovište od \overline{DE} .



Kako je $\triangle ADE$ pravokutan, onda je $|AP| = |DP| = |PE|$.

1 BOD

2 BODA

To znači da je $\triangle APE$ jednakokračan odnosno $|\sphericalangle PAE| = \delta$.

2 BODA

Slijedi $|\sphericalangle APD| = |\sphericalangle PAE| + |\sphericalangle AEP| = \delta + \delta = 2\delta$.

1 BOD

Budući da je $|\sphericalangle PCA| = 2\delta = |\sphericalangle APC|$, onda je $\triangle ACP$ jednakokračan te je $|AC| = |AP|$.

2 BODA

Na kraju, $|DE| = |DP| + |PE| = |AP| + |AP| = 2|AP| = 2|AC|$.

1 BOD

..... UKUPNO 10 BODOVA